

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЖЕСТКОСТНЫХ ПАРАМЕТРОВ ПОРОДНЫХ СЛОЕВ МЕТОДОМ ГРАНИЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ПРИМЕНИТЕЛЬНО К ГОРНО-ГЕОЛОГИЧЕСКИМ УСЛОВИЯМ ШАХТ ЗАПАДНОГО ДОНБАССА

Описано алгоритм побудови функції жорсткості шаруватого масиву, яка є необхідною для визначення зміщень та деформацій усередині масиву, що підроблюється, та на його поверхні. В основі алгоритму – аналітичний розв’язок диференціального рівняння пластичності для однорідного середовища, що отриманий Р.А. Муллером, та чисельний розв’язок, який здійснено методом граничних елементів.

DEFINITION HARDNESS PARAMETERS OF ROCK LAYERS USING THE METHOD OF BOUNDARY ELEMENTS IN THE MINING AND GEOLOGICAL CONDITIONS OF THE MINES OF WESTERN DONBASS

The algorithm of creating the hardness function of stratified massif necessary for determining displacements and deformations inside the underworking massif and on its surface has been described. The algorithm is based on the analytical solution of differential equation of elasticity for homogeneous environment got by R.A. Muller and on the numerical solution made by the method of boundary elements used.

Введение. При добыче угля подземным способом возникают сдвигения и деформации массива горных пород, включая земную поверхность. Интенсивная разработка угольных пластов на шахтах Западного Донбасса приводит к тому, что в зону влияния горных работ попадают охраняемые объекты: здания, сооружения, автодороги, железные дороги, пойма реки Самара и её притоки и др. Подработка этих объектов по одному или нескольким пластам приводит к их повреждению, заболачиванию больших площадей плодородных земель, лесных массивов и множеству других негативных явлений. Поэтому прогноз и уменьшение деформаций земной поверхности является актуальной задачей для производства и горной науки.

Состояние вопроса. Кривые оседаний подрабатываемых массивов строятся обычно по данным маркшейдерских измерений. На их основе устанавливаются эмпирические зависимости для смещений и деформаций, знание которых необходимо при разработке полезных ископаемых под охраняемыми объектами. Однако из-за привязки к конкретным горно-геологическим условиям эти зависимости имеют довольно ограниченное применение.

Основная часть. Очень большой интерес представляет аналитическое решение задачи, полученное Р.А. Муллером с помощью уравнений теории пластичности для однородного подрабатываемого массива [1]. В соответствии с решением Р.А. Муллера кривая оседаний описывается функцией:

$$\eta(x, y) = -\frac{\eta_0}{\sqrt{2\pi}} \int_{\frac{D+x}{\sqrt{2\varphi(y)}}}^{\frac{D-x}{\sqrt{2\varphi(y)}}} e^{-t^2/2} dt, \quad (1)$$

где $\eta_0 = m$ – максимальное оседание кровли пласта, которое имеет место при полной подработке; m – мощность вынимаемого пласта; $2D$ – размер выработки; $\varphi(y) = \int \tilde{K}(y) dy$; $\tilde{K}(y) = c^2 y$ – функция, характеризующая жесткость породы; x и y – горизонтальная и вертикальная координаты рассматриваемой точки, отсчитываемые от центра выработки.

Выражение (1) для оседаний в любой точке массива, используя функцию Гаусса:

$$\Phi(z) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^z e^{-t^2/2} dt,$$

можно записать в виде:

$$\eta(x, y) = -\frac{\eta_0}{2} \left[\Phi\left(\frac{D+x}{cy}\right) + \Phi\left(\frac{D-x}{cy}\right) \right]. \quad (2)$$

Из формулы (2), полагая $x=0$ и $y=H$ (H – глубина разработки), получим формулу для максимального оседания земной поверхности [2]:

$$\eta_m = -\eta_0 \Phi\left(\frac{D}{cH}\right). \quad (3)$$

Реальный массив, как правило, неоднороден и имеет слоистую структуру. Решение задачи для такого массива можно получить, если ввести кусочно-линейную функцию жесткости $\tilde{K}(y)$, найти $\varphi(y)$ как интеграл от нее и изменить соответствующим образом пределы интегрирования в выражении (1). Для этого нужно знать параметры c_i слоев массива, зависящие от физико-механических свойств вмещающих пород. В конечном итоге определяется функция жесткости $\tilde{K}(y)$ слоистого массива в виде [2]:

$$\tilde{K}(y) = \begin{cases} c_1^2 y, & 0 \leq y < y_1, \\ c_2^2 y + b_2, & y_1 \leq y < y_2, \\ \dots & \dots \\ c_i^2 y + b_i, & y_{i-1} \leq y < y_i, \\ \dots & \dots \\ c_n^2 y + b_n, & y_{n-1} \leq y < y_n, \end{cases} \quad (4)$$

Для определения жесткости c_i^2 i -го слоя решается плоская задача горной механики для упругого массива с физико-механическими свойствами этого слоя. Массив вмещает угольный пласт, очистную выработку и выработанное пространство, заполненное разрушенными породами. Действующая нагрузка

– вес пород рисунке 1.

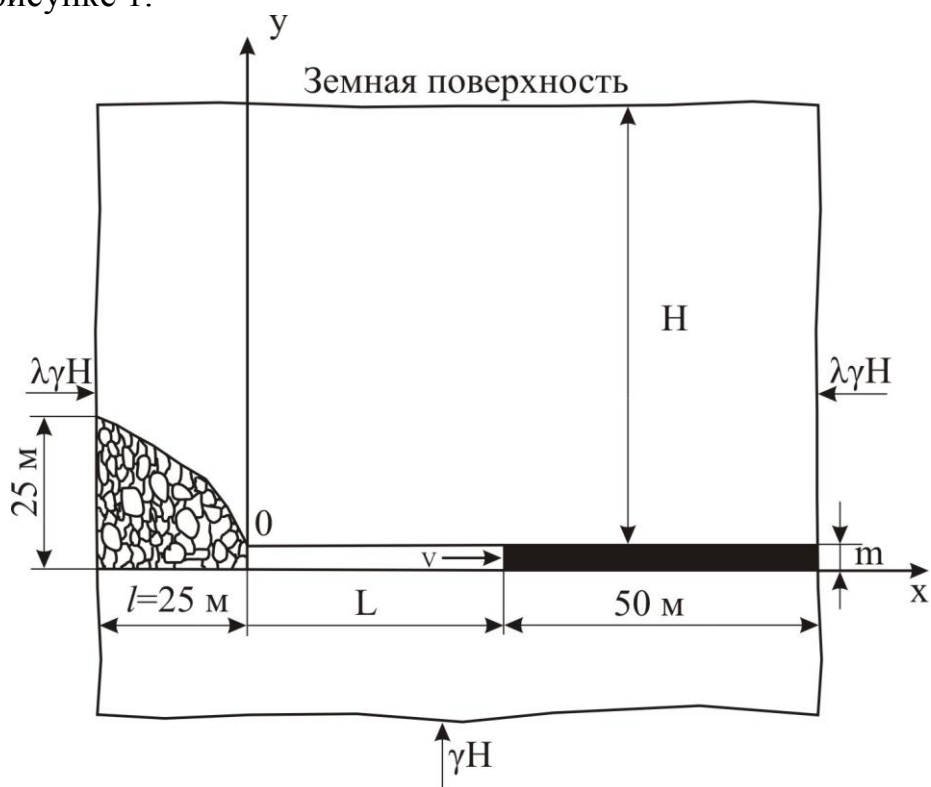


Рис. 1 - Расчетная схема решаемой задачи

С математической точки зрения рассматриваемая задача представляет собой задачу о напряженно-деформированном состоянии полуплоскости, граница которой является земной поверхностью. Последнюю, как и любую другую границу исследуемой области, необходимо разбить на граничные элементы и потребовать, чтобы в каждом из них напряжения и смещения удовлетворяли заданным условиям. Но для удовлетворительного представления поверхностных эффектов требуется очень большое количество элементов. Если же при построении расчетного алгоритма метода граничных элементов опираться на аналитическое решение, которое автоматически удовлетворяет заданным на поверхности граничным условиям, то дискретизировать нужно только внутренние контуры исследуемой области (границы выработок).

Такое решение задачи о постоянном разрыве смещения на произвольно ориентированном конечном отрезке $|\bar{x}| \leq a$, $\bar{y} = 0$ в полубесконечной области рисунке 2, полученное С. Краучем [3], и используется в данной статье.

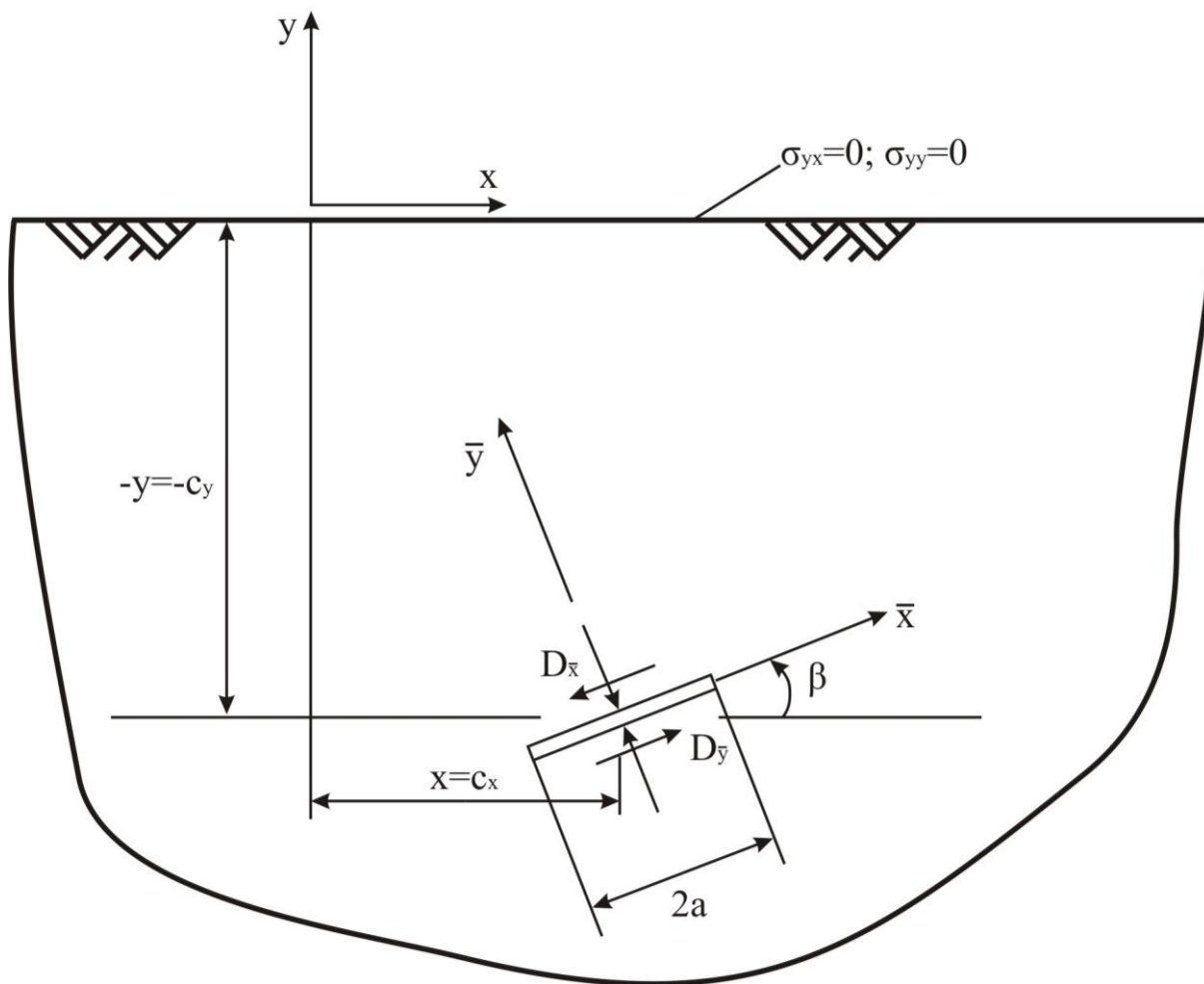


Рис. 2 - Разрыв смещения в полуплоскости $y \leq 0$

При этом в соответствии с методом отражения по принципу суперпозиции выполняются два этапа.

Вначале рассматривается неограниченная область, включающая два отрезка с постоянными разрывами смещения $D_{\bar{x}}$ и $D_{\bar{y}}$. Один из них находится в области $y < 0$ и представляет действительный разрыв, а другой – в области $y > 0$, “отраженный”, расположен симметрично относительно линии $y = 0$ (рис. 3).

По условию симметрии касательные усилия на линии $y = 0$ отсутствуют. Нормальные усилия, однако, не равны нулю, и второй этап анализа состоит в определении дополнительного решения, снимающего их.

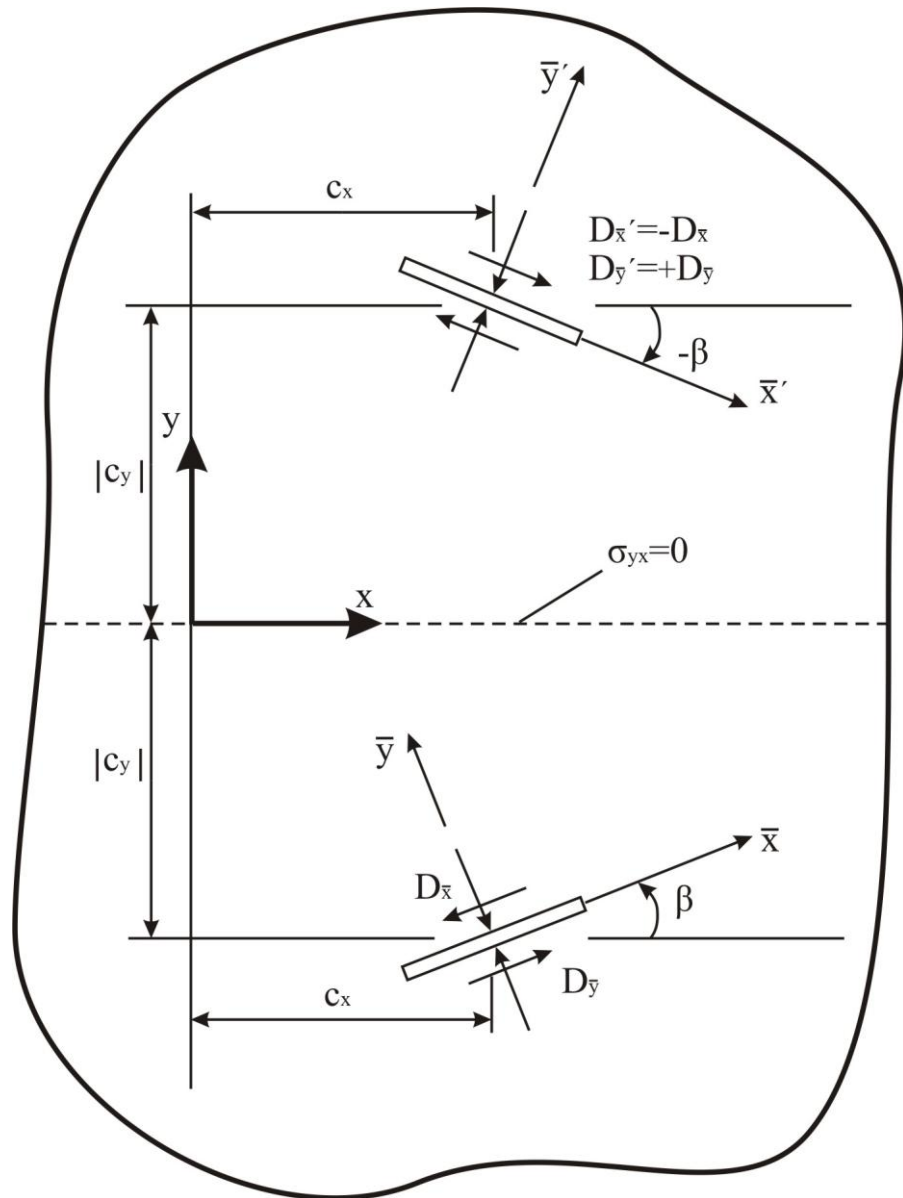


Рис. 3 - Действительный и воображаемый разрыв смещения

Окончательно суммарное решение в индексных обозначениях в плоскости x, y записывается в виде:

$$\begin{aligned}
 U_i &= U_i^A + U_i^I + U_i^S, \\
 \sigma_{ij} &= \sigma_{ij}^A + \sigma_{ij}^I + \sigma_{ij}^S.
 \end{aligned}
 \tag{5}$$

Индексом A помечены смещения и напряжения, вызванные действительным (actual) разрывом смещений, индексом I - те, которые вызваны отражением (image), а индексом S - те, которые получаются в результате дополнительного (supplementary) решения.

Формулы для смещений и напряжений, входящих в решение (5), имеют следующий вид [3]:

$$\begin{aligned}
 U_x^A &= D_{\bar{x}} [-(1-2\nu) F_2^A \sin \beta + 2(1-\nu) F_3^A \cos \beta + \bar{y} (F_4^A \sin \beta - F_5^A \cos \beta)] + \\
 &+ D_{\bar{y}} [-(1-2\nu) F_2^A \cos \beta - 2(1-\nu) F_3^A \sin \beta - \bar{y} (F_4^A \cos \beta + F_5^A \sin \beta)],
 \end{aligned}$$

$$U_y^A = D_{\bar{x}}[(1-2\nu)F_2^A \cos \beta + 2(1-\nu)F_3^A \sin \beta - \bar{y}(F_4^A \cos \beta + F_5^A \sin \beta)] + \\ + D_{\bar{y}}[-(1-2\nu)F_2^A \sin \beta + 2(1-\nu)F_3^A \cos \beta - \bar{y}(F_4^A \sin \beta - F_5^A \cos \beta)]. \quad (6)$$

$$\sigma_{xx}^A = 2GD_{\bar{x}}[2F_4^A \cos^2 \beta - F_5^A \sin^2 \beta - \bar{y}(F_6^A \cos 2\beta - F_7^A \sin 2\beta)] + \\ + 2GD_{\bar{y}}[-F_5^A - \bar{y}(F_6^A \sin 2\beta + F_7^A \cos 2\beta)], \\ \sigma_{yy}^A = 2GD_{\bar{x}}[2F_4^A \sin^2 \beta - F_5^A \sin 2\beta - \bar{y}(F_6^A \cos 2\beta - F_7^A \sin 2\beta)] + \\ + 2GD_{\bar{y}}[-F_5^A - \bar{y}(F_6^A \sin 2\beta + F_7^A \cos 2\beta)], \\ \sigma_{xy}^A = 2GD_{\bar{x}}[F_4^A \sin 2\beta - F_5^A \cos 2\beta + \bar{y}(F_6^A \sin 2\beta + F_7^A \cos 2\beta)] + \\ + 2GD_{\bar{y}}[-\bar{y}(F_6^A \cos 2\beta - F_7^A \sin 2\beta)]. \quad (7)$$

где $D_{\bar{x}}$ и $D_{\bar{y}}$ - компоненты разрыва смещения; $2a$ - длина отрезка, в пределах которого смещения терпят постоянный по величине разрыв.

Локальные координаты \bar{x} и \bar{y} связаны с глобальными x и y формулами преобразования

$$\bar{x} = (x - c_x) \cos \beta + (y - c_y) \sin \beta, \\ \bar{y} = -(x - c_x) \sin \beta + (y - c_y) \cos \beta \quad (8)$$

Аналогичный вид имеют аналитические выражения для смещений и напряжений, вызванных отраженным разрывом смещений и найденных в результате дополнительного решения. В глобальной системе координат их сумма записывается в виде:

$$U_x^I + U_x^S = D_{\bar{x}}\{(1-2\nu)F_2^I \sin \beta - 2(1-\nu)F_3^I \cos \beta + [(3-4\nu)(y \sin 2\beta - \bar{y} \sin \beta) + \\ + 2y \sin 2\beta]F_4^I + [(3-4\nu)(y \cos 2\beta - \bar{y} \cos \beta) - y(1-2 \cos 2\beta)]F_5^I + \\ + 2y(y \sin 3\beta - \bar{y} \sin 2\beta)F_6^I - 2y(y \cos 3\beta - \bar{y} \cos 2\beta)F_7^I\} + D_{\bar{y}}\{(1-2\nu)F_2^I \cos \beta + \\ + 2(1-\nu)F_3^I \sin \beta - [(3-4\nu)(y \cos 2\beta - \bar{y} \cos \beta) - y]F_4^I + \\ + (3-4\nu)(y \sin 2\beta - \bar{y} \sin \beta)F_5^I - 2y(y \cos 3\beta - \bar{y} \cos 2\beta)F_6^I - \\ - 2y(y \sin 3\beta - \bar{y} \sin 2\beta)F_7^I\};$$

$$\begin{aligned}
U_y^I + U_y^S = & D_{\bar{x}} \{ -(1-2\nu)F_2^I \cos \beta - 2(1-\nu)F_3^I \sin \beta - [(3-4\nu)(y \cos 2\beta - \bar{y} \cos \beta) + \\
& + y(1-2 \cos 2\beta)]F_4^I + [(3-4\nu)(y \sin 2\beta - \bar{y} \sin \beta) - 2y \sin 2\beta]F_5^I + \\
& + 2y(y \cos 3\beta - \bar{y} \cos 2\beta)F_6^I + 2y(y \sin 3\beta - \bar{y} \sin 2\beta)F_7^I \} + \\
& + D_{\bar{y}} \{ (1-2\nu)F_2^I \sin \beta - 2(1-\nu)F_3^I \cos \beta - (3-4\nu)(y \sin 2\beta - \bar{y} \sin \beta)F_4^I - \\
& - [(3-4\nu)(y \cos 2\beta - \bar{y} \cos \beta) + y]F_5^I + 2y(y \sin 3\beta - \bar{y} \sin 2\beta)F_6^I - \\
& - 2y(y \cos 3\beta - \bar{y} \cos 2\beta)F_7^I \}
\end{aligned}$$

(9)

$$\begin{aligned}
\sigma_{xx}^I + \sigma_{xx}^S = & 2GD_{\bar{x}} \{ F_4^I - 3(F_4^I \cos 2\beta - F_5^I \sin 2\beta) + \\
& + [2y(\cos \beta - 3 \cos 3\beta) + 3\bar{y} \cos 2\beta]F_6^I + [2y(\sin \beta - 3 \cos 3\beta) + \\
& + 3\bar{y} \sin 2\beta]F_7^I - 2y(y \cos 4\beta - \bar{y} \cos 3\beta)F_8^I - 2y(y \sin 4\beta - \bar{y} \sin 3\beta)F_9^I \} + \\
& + 2GD_{\bar{y}} \{ F_5^I + [2y(\sin \beta - 2 \sin 3\beta) + 3\bar{y} \sin 2\beta]F_6^I - \\
& - [2y(\cos \beta - 2 \cos 3\beta) + 3\bar{y} \cos 2\beta]F_7^I - \\
& - 2y(y \sin 4\beta - \bar{y} \sin 3\beta)F_8^I + 2y(y \cos 4\beta - \bar{y} \cos 3\beta)F_9^I \};
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\sigma_{yy}^I + \sigma_{yy}^S = & 2GD_{\bar{x}} [F_4^I - (F_4^I \cos 2\beta - F_5^I \sin 2\beta) - \\
& (4y \sin \beta \sin 2\beta - \bar{y} \cos 2\beta)F_6^I + \\
& + (4y \sin \beta \cos 2\beta + \bar{y} \sin 2\beta)F_7^I + 2y(y \cos 4\beta - \bar{y} \cos 3\beta)F_8^I + \\
& + 2y(y \sin 4\beta - \bar{y} \sin 3\beta)F_9^I] + 2GD_{\bar{y}} [F_5^I - (2y \sin \beta - \bar{y} \sin 2\beta)F_6^I + \\
& + (2y \cos \beta - \bar{y} \cos 2\beta)F_7^I + \\
& + 2y(y \sin 4\beta - \bar{y} \sin 3\beta)F_8^I - 2y(y \cos 4\beta - \bar{y} \cos 3\beta)F_9^I];
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\sigma_{yy}^I + \sigma_{yy}^S = & 2GD_{\bar{x}} [F_4^I - (F_4^I \cos 2\beta - F_5^I \sin 2\beta) - \\
& - (4y \sin \beta \sin 2\beta - \bar{y} \cos 2\beta)F_6^I + (4y \sin \beta \cos 2\beta - \bar{y} \sin 2\beta)F_7^I + \\
& + 2y(y \cos 4\beta - \bar{y} \cos 3\beta)F_8^I + 2y(y \sin 4\beta - \bar{y} \sin 3\beta)F_9^I] + \\
& + 2GD_{\bar{y}} [F_5^I - (2y \sin \beta - \bar{y} \sin 2\beta)F_6^I + (2y \cos \beta - \bar{y} \cos 2\beta)F_7^I + \\
& + 2y(y \sin 4\beta - \bar{y} \sin 3\beta)F_8^I - 2y(y \cos 4\beta - \bar{y} \cos 3\beta)F_9^I];
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\sigma_{xy}^I + \sigma_{xy}^S = & 2GD_{\bar{x}} \{ F_4^I \sin 2\beta + F_5^I \cos 2\beta + [2y \sin \beta (1 + 4 \cos 2\beta) - \\
& - \bar{y} \sin 2\beta] F_6^I + [2y \cos \beta (3 - 4 \cos 2\beta) + \bar{y} \cos 2\beta] F_7^I + \\
& + 2y(y \sin 4\beta - \bar{y} \sin 3\beta) F_8^I - 2y(y \cos 4\beta - \bar{y} \cos 3\beta) F_9^I \} + \\
& + 2GD_{\bar{y}} [(4y \sin \beta \sin 2\beta + \bar{y} \cos 2\beta) F_6^I - (4y \sin 2\beta \cos 2\beta - \bar{y} \sin 2\beta) F_7^I - \\
& - 2y(y \cos 4\beta - \bar{y} \cos 3\beta) F_8^I - 2y(y \sin 4\beta - \bar{y} \sin 3\beta) F_9^I];
\end{aligned} \tag{10}$$

Координаты \bar{x}' , \bar{y}' и x , y связаны следующими формулами преобразования:

$$\begin{aligned}
\bar{x}' &= (x - c_x) \cos \beta - (y + c_y) \sin \beta, \\
\bar{y}' &= (x - c_x) \sin \beta + (y + c_y) \cos \beta
\end{aligned} \tag{11}$$

Суммируя (6) с (9) и (7) с (10) в соответствии с определением (5), получаем формулы базового решения, необходимые для формирования исходной системы уравнений рассматриваемой задачи геомеханики.

Внутреннюю границу рассматриваемой области рис. 1 разобьем на N элементов и каждому j -ому элементу сопоставим компоненты разрыва смещения $D_{\bar{x}}^j$ и $D_{\bar{y}}^j$, которые обеспечивают заданные граничные смещения и напряжения или условия совместности деформаций на контактирующих поверхностях внутри исследуемой области.

Исходная система уравнений для определения неизвестных “фиктивных” смещений имеет вид:

$$\left. \begin{aligned}
\sum_{j=1}^N C_{\bar{x}\bar{x}}^{ij} D_{\bar{x}}^j + \sum_{j=1}^N C_{\bar{x}\bar{y}}^{ij} D_{\bar{y}}^j &= b_x^i \\
\sum_{j=1}^N C_{\bar{y}\bar{x}}^{ij} D_{\bar{x}}^j + \sum_{j=1}^N C_{\bar{y}\bar{y}}^{ij} D_{\bar{y}}^j &= b_y^i
\end{aligned} \right\}, i=1, 2, \dots, N \tag{12}$$

где $C_{\bar{x}\bar{x}}^{ij}$, $C_{\bar{x}\bar{y}}^{ij}$, $C_{\bar{y}\bar{x}}^{ij}$, $C_{\bar{y}\bar{y}}^{ij}$ - коэффициенты влияния для смещений или напряжений (в зависимости от заданных на границах условий), определяемые по вышеприведенным формулам базового решения.

Физически коэффициент влияния напряжений $C_{\bar{y}\bar{x}}^{ij} = A_{\bar{y}\bar{x}}^{ij}$ представляет собой напряжение в i -ом элементе в направлении \bar{y} , вызванное единичным разрывом смещения $D_{\bar{x}}^j = 1$ j -ого элемента в направлении \bar{x} . Аналогичный смысл имеют все другие коэффициенты влияния напряжений.

Соответственно коэффициент влияния смещений $C_{\bar{y}\bar{x}}^{ij} = B_{\bar{y}\bar{x}}^{ij}$ есть перемещение в i -ом элементе в направлении \bar{y} , вызванное единичным разрывом

смещения $D_{\bar{x}}^j = 1$ j – ого элемента в направлении \bar{x} . Тот же смысл имеют остальные коэффициенты влияния перемещений.

Задача решается в дополнительных напряжениях. Это означает, что полные напряжения равны сумме начальных, имеющих место в нетронутом массиве, и дополнительных, обусловленных наличием отработанной полости. Поскольку на контуре очистной выработки суммарные напряжения равны нулю, дополнительные напряжения на нем в вертикальном и горизонтальном направлениях соответственно равны $\sigma_{yy} = -\gamma H$, а $\sigma_{xx} = -\lambda\gamma H$ (γ – плотность

породы, т/м³; $\lambda = \frac{\nu}{1-\nu}$ – коэффициент бокового отпора; ν – коэффициент Пуассона породы).

Поэтому правые части в уравнениях системы (11) для элементов на контуре выработки принимают значения $b_{\bar{x}}^i = -\lambda\gamma H$, $b_{\bar{y}}^i = -\gamma H$.

Для поверхностей контакта угольного пласта с породой и разрушенной породы с ненарушенным массивом соответствующие уравнения, входящие в систему (12), имеют смысл условий совместности деформаций.

Если i и i^* – номера контактирующих элементов, принадлежащих различным областям, то при задании условий совместности деформаций в напряжениях на смежном контуре C_k и в перемещениях на смежном контуре C_l эти условия имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{\bar{x}}^i &= \sigma_{\bar{x}}^{i[k]} - \sigma_{\bar{x}}^{i^*[l]} = 0, & \sigma_{\bar{y}}^i &= \sigma_{\bar{y}}^{i[k]} - \sigma_{\bar{y}}^{i^*[l]} = 0 \\ b_{\bar{x}}^i &= u_{\bar{x}}^{i[l]} + u_{\bar{x}}^{i^*[k]} = 0, & b_{\bar{y}}^i &= u_{\bar{y}}^{i[l]} + u_{\bar{y}}^{i^*[k]} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

Решение системы уравнений (9) производится методом Гаусса. В результате определяются разрывы смещений $D_{\bar{x}}^j$ и $D_{\bar{y}}^j$, и по формулам базового аналитического решения (6), (7), (9) и (10) путём суммирования вкладов всех найденных $D_{\bar{x}}^j$ и $D_{\bar{y}}^j$ вычисляются напряжения и смещения в любой точке исследуемой области массива, в том числе и на поверхности.

Для определения жесткостных параметров вмещающих пород слоистого массива в разработанном алгоритме предусмотрена возможность выполнения математического эксперимента, который заключается в решении ряда задач для весомых однородных массивов с различными физико-механическими характеристиками. Исходя из типичной для рассматриваемых условий стратиграфической колонки, массиву поочередно приписывались свойства коренных пород (аргиллита, алевролита, песчаника, и т. п.). Параметр $\frac{L}{H} = \frac{2D}{H}$ варьируется от 0,3 до 1,1.

Каждый раз расчет по определению напряженно-деформированного состояния исследуемой области массива производился до тех значений

$\frac{L}{H}$ ($L = 2D$), при которых отношение максимального оседания на земной

поверхности к максимальному оседанию кровли обрабатываемого пласта $\frac{\eta_{max}}{\eta_0}$ становится близким к единице (до состояния полной подработки). После

этого параметр c_i определяется с использованием таблицы значений функции Гаусса из соотношения:

$$\frac{\eta_{max}}{\eta_0} = -\Phi\left(\frac{L}{c_i H}\right), \quad (14)$$

Расчет по такой схеме для горно-геологических условий шахт Западного Донбасса производился с учетом сводной литологической колонки по угольным пластам С₆ и С₆¹.

Используемые в качестве исходных данных физико-механические характеристики – модули упругости E , МПа; объемные веса γ , т/м³; коэффициенты Пуассона ν ; наносов, угля и вмещающих пород приведены в таблице 1.

Таблица 1 - Физико-механические характеристики пород

Порода	Физико-механические характеристики			
	σ_c , МПа	γ , тс/м ³	E , МПа	ν
аргиллит	20	2,65	$2,8 \cdot 10^3$	0,3
алевролит	30	3,0	$2,9 \cdot 10^3$	0,3
песчаник	50	3,1	$2,8 \cdot 10^3$	0,3
известняк	155	2,84	$4,2 \cdot 10^4$	0,3
наносы	0,6	1,5	70	0,3
уголь	35	1,47	$2 \cdot 10^4$	0,35

Для разрушенных пород характеристики принимались по данным работы [4] и составляли $E_p = 10$ МПа, $\nu_p = 0,499$, $\gamma = 1,5$ т/м³.

Параметры ползучести, которые учитываются при подсчете модулей упругости в момент времени t , соответствующий полной подработке, приведены в таблице 2.

Таблица 2 - Параметры ползучести δ для угля и вмещающих пород

Порода	Наносы	Песчаник	Алевролит	Аргиллит	Уголь
$\delta \cdot 10^{-3}, c$	1,39	3,28	5,54	11,7	2,32

Результаты выполненных расчетов приведены в таблице 3. Значения жест-

костных параметров C_i получены без учета реологических процессов, а C_{ii} - с учетом ползучести пород. Последние получены для случая, когда глубина отработки $H=400$ м, а средняя скорость подвигания забоя $V=60$ м/мес [5].

Таблица 3 - Жесткосные параметры угля и вмещающих пород

Порода	Аргиллит	Алевролит	Песчаник	Уголь
C_i^2	0,056	0,066	0,108	0,073
C_i	0,236	0,257	0,329	0,270
C_{ii}^2	0,008	0,017	0,040	0,033
C_{ii}	0,088	0,130	0,200	0,181

В случае двухслойной среды “наносы - карбон” имеем: $C_k^2=0,075$, $C_k=0,275$ и $C_{\tau k}^2=0,019$, $C_{\tau k}=0,137$ – для карбона (определены как средние значения по таблице 3) и $C_n^2=0,0011$, $C_n=0,033$ и $C_{\tau n}^2=0,00062$, $C_{\tau n}=0,0249$ – для наносов (определены по рекомендациям ВНИМИ [6]).

Выводы. Таким образом, разработанный алгоритм оказался полезным при выполнении математического эксперимента, то есть при решении ряда задач для однородных массивов. Но возможности его этим не ограничиваются. Он также позволяет определять напряженно-деформированное состояние толщи пород и земной поверхности с учетом слоистости в расчетной схеме.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Муллер Р.А. Расчет сдвижения горных пород под влиянием подземных разработок при горизонтальном и пологом залегании пород // Исследования по вопросам горного давления и маркшейдерского дела, М.: Углетехиздат. 1957.– Сб. XXXI.– С. 31-57.
2. Новикова Л.В., Заславская Л.И., Яворский А.В. Оценка жесткости вмещающих пород слоистого массива // Науковий вісник НГУ. – 2006. – № 9. – С. 7 – 8.
3. Crouch S.L. Solution of plane elasticity problems by the displacement discontinuity method // International Journal for Numerical Methods in Engineering.– 1976.– Vol. 10.– P. 301-343.
4. Комиссаров С.Н. Управление массивом горных пород вокруг очистных выработок. – М.: Недра, 1981. – 237 с.
5. Напружено-деформований стан породного масиву при відпрацюванні пологого вугільного пласта під охоронюваними об'єктами: моногр./ А.В. Яворський, О.Г. Кошка, В.П. Сердюк, О.О. Яворська. – Д.: Національний гірничий університет, 2010. – 119 с. – Рос. мовою.
6. Рекомендации по расчету смещений контура и нагрузок на крепь горных выработок по экспериментальным показателям деформирования пород за пределами прочности. – Л.: ВНИИ горной механики и маркшейдерского дела, 1982. – 36 с.

